

Baccalauréat Général

Session 2024 – Polynésie

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de spécialité n° 1

Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 9 pages.

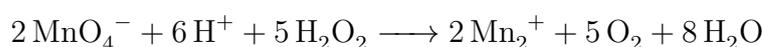
Exercice 1 — Coloration capillaire

Étude de solutions oxydantes

Q1. On souhaite préparer $V = 100 \text{ mL}$ de solution diluée 20 fois. Pour cela, on peut suivre le protocole :

- dans un bécher, prélever une dizaine de millilitres de la solution S^1 ;
- prélever, dans ce bécher, $V_S = 5,0 \text{ mL}$ à l'aide d'une pipette jaugée du même volume ;
- placer ce volume dans une fiole jaugée de 100 mL , puis compléter à l'eau distillée, environ jusqu'à la moitié de la partie évasée ;
- boucher puis agiter ;
- finir par compléter à l'eau distillée jusqu'au trait de jauge (trait au niveau des yeux, bas du ménisque sur le trait) ;
- boucher puis agiter pour homogénéiser une dernière fois.

Q2. La réaction support du titrage nous est donnée :



À l'équivalence, on a donc :

$$\boxed{\frac{n_1}{5} = \frac{n_{2E}}{2}} \quad (1)$$

Q3. On cherche la concentration c_1 en peroxyde d'hydrogène. Pour cela, il suffit d'exprimer (1) en concentrations et volumes :

$$\frac{c_1 V_1}{5} = \frac{c_2 V_E}{2} \implies \boxed{c_1 = \frac{5c_2 V_E}{2V_1}}$$

D'où,

$$c_1 = \frac{5 \times 2,00 \times 10^{-2} \times 18,1}{2 \times 10,0} = \underline{9,1 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Q4. Comme la solution titrée a été obtenue par dilution 20 fois de la solution S , il vient :

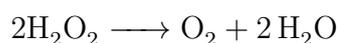
$$\boxed{c_S = 20c_1} = 20 \times 9,1 \times 10^{-2} = \underline{1,8 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Q5. Dans la solution 2, il y a 6,0 % en masse de peroxyde d'hydrogène. Ce qui signifie que cette solution a une concentration molaire :

$$\boxed{C_{S2} = 0,06 \times \frac{\rho_{S2}}{M(\text{H}_2\text{O}_2)}} = 0,06 \times \frac{1022}{34} = \underline{1,8 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Ce qui correspond à la concentration trouvée par titrage. La solution étudiée est donc bien la solution 2.

Q6. On souhaite vérifier que la solution étudiée correspond bien à une eau oxygénée « 20 volumes ». On va donc chercher à calculer le volume de dioxygène libéré par la réaction :



En supposant la réaction totale, il vient ² :

$$n_{\text{O}_2, f} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}_2}}{2}$$

1. bonne pratique de laboratoire : éviter de pipeter directement dans le contenant commercial (pour éviter la contamination de la solution), quitte à jeter la solution restant dans le bécher
2. un tableau d'avancement en quantité de matière permet de s'en convaincre

Ou, en masse de peroxyde d'hydrogène :

$$n_{\text{O}_2, f} = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}_2}}{2M(\text{H}_2\text{O}_2)}$$

Et comme $V = nV_m$, on a finalement pour le dioxygène :

$$V(\text{O}_2) = \frac{m_{\text{H}_2\text{O}_2} V_m}{2M(\text{H}_2\text{O}_2)}$$

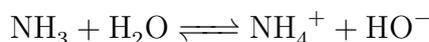
D'où,

$$V(\text{O}_2) = \frac{0,06 \times 1022 \times 22,4}{2 \times 34} = \underline{20,2 \sim 20}$$

L'eau oxygénée étudiée correspond bien à un titre de 20 volumes.

Étude de la crème colorante

Q7. La réaction de l'eau sur l'ammoniac est la suivante :



Q8. Cette réaction a pour constante d'équilibre :

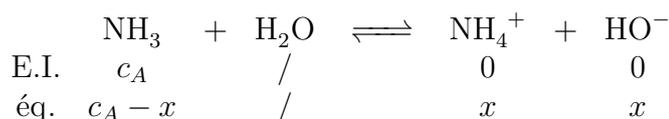
$$K^\circ = \frac{[\text{NH}_4^+][\text{HO}^-]}{[\text{NH}_3]c^\circ}$$

Et on cherche à montrer que l'ammoniac est une base faible, donc que le pKa de son couple est peu élevé.

On sait que pour une solution aqueuse d'ammoniac, on a la relation :

$$\text{pH} = \text{pKa} + \log\left(\frac{[\text{NH}_3]}{[\text{NH}_4^+]}\right) \quad (2)$$

Il reste maintenant à dresser un bilan de matière en concentration, afin de pouvoir exprimer la quantité d'ions ammonium en fonction des paramètres du problème. Ce bilan est le suivant :



Or, on sait que le produit ionique de l'eau est donné par :

$$K_e = [\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-] \implies -\log(K_e) = -\log([\text{H}_3\text{O}^+][\text{HO}^-])$$

Et il vient alors :

$$-\log(K_e) = -\log([\text{H}_3\text{O}^+]) - \log([\text{HO}^-]) = \text{pH} - \log([\text{HO}^-])$$

D'où, avec les données du problème :

$$-\log(K_e) = \text{pH} - \log(x) \implies \boxed{\log(x) = \text{pH} + \log(K_e)}$$

D'où,

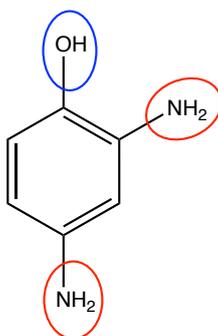
$$x = 10^{10,2-14} = 10^{-3,8} = \underline{1,6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Et en reprenant le bilan de matière, cela signifie que la concentration en ions ammonium à l'équilibre vaut $x = 1,6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \ll C_A$, la réaction de la base avec l'eau est donc très modérée, ce qui est caractéristique d'une base faible.

Q9. On trace le diagramme de prédominance du couple ion ammonium / ammoniac :



Q10. On recopie la molécule 2, et on entoure en rouge les groupes amine ($-\text{NH}_2$) et en bleu le groupe hydroxyle (fonction alcool, $-\text{OH}$) :



Q11. On remarque que pour passer de la molécule 1 à la molécule 3, on a simplement déplacé un groupe amine dans la molécule : ce sont donc des **isomères de position**.

Développement de la couleur

Q12. On recopie les lignes du code Python en les complétant :

```
epsilon = 1.0e+5
l = 1.0
[...]
A = epsilon * l * c
```

Q13. Par lecture graphique sur la courbe tracée à l'exécution du programme Python, on a pour la solution diluée 100 fois $C = 12 \times 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} = 1,2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Il y a donc, dans le mélange, une concentration en molécule C :

$$\boxed{C_C = 100C} = 100 \times 1,2 \times 10^{-5} = \underline{1,2 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Q14. On cherche la fraction en masse de molécule C dans le mélange. On a la concentration massique :

$$C_{m,C} = M_C C_C$$

Ce qui fait, pour un litre de solution assimilée en masse à de l'eau, un titre massique :

$$\boxed{\%_m = \frac{M_C C_C}{\rho_e}} = \frac{169 \times 1,2 \times 10^{-3}}{1,0 \times 10^3} = \underline{0,02 \%}$$

Et comme $0,02 < 1,5$, la crème respecte bien la réglementation.

Q15. On remarque, avec la figure 7, que le mélange prêt à l'application admet un maximum d'absorption autour de $\lambda = 450 \text{ nm}$, donc dans le bleu-violet.

La couleur d'un mélange étant généralement³ donnée par l'opposé de son maximum d'absorption sur l'étoile chromatique, le mélange paraîtra jaune.

3. dans les faits presque systématiquement, sauf quelques contre-exemples

Q16. Pour un produit de concentration $C_p(t)$, la vitesse d'apparition est donnée par :

$$v_{\text{produit}} = \frac{dC_p}{dt} \quad (3)$$

Q17. On cherche à relier la variation d'absorbance à la vitesse d'apparition du produit coloré. Pour cela, on commence par isoler la concentration dans la loi de Beer-Lambert :

$$A = \varepsilon \ell C_p \implies C_p = \frac{A}{\varepsilon \ell}$$

Et en injectant dans (3), il vient :

$$v_{\text{produit}} = \frac{d}{dt} \left(\frac{A}{\varepsilon \ell} \right)$$

Et comme ε et ℓ sont des constantes indépendantes du temps, on obtient finalement :

$$v_{\text{produit}} = \frac{1}{\varepsilon \ell} \frac{dA}{dt}$$

Q18. On souhaite finalement calculer la vitesse d'apparition à $t = 1500$ s. Pour cela, il suffit de mesurer graphiquement le nombre dérivé de A en $t = 1500$ s, puis injecter dans l'expression précédemment obtenue.

Graphiquement, on lit pour le mélange dilué 100 fois :

$$\frac{dA}{dt}(t = 1500) = \frac{1,2 - 0,8}{2000 - 1250} = 5,3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Et finalement, il vient :

$$v_{1500} = \frac{1}{1,00 \times 10^{-5} \times 1,0} \times 5,3 \times 10^{-4} \times 100 = \underline{5,3 \times 10^{-7} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Exercice 2 — La protonthérapie sauve la vue

Mouvement du proton dans la zone A de O à M_1

Q1. On étudie le mouvement du proton supposé ponctuel de masse m constante et charge $+e$ dans le référentiel terrestre supposé galiléen. L'application du principe fondamental de la dynamique permet alors d'écrire, dans l'entrefer du cyclotron, en négligeant le poids :

$$m\vec{a} = e\vec{E} \implies \boxed{\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{E}} \quad (4)$$

On remarque que le proton a donc une accélération horizontale de O vers M_1 . On peut alors, en projetant (4) sur l'axe des abscisses et en y injectant l'expression qui nous est donnée pour le champ E , calculer sa valeur :

$$a = \frac{e|U|}{md} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3}{1,67 \times 10^{-27} \times 1,0 \times 10^{-2}} = \underline{4,8 \times 10^{14} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

Le mouvement est donc uniformément accéléré.

Q2. On souhaite exprimer la vitesse horizontale v_x du proton. On reprend donc l'expression de l'accélération projetée sur \vec{u}_x , en y injectant l'expression de E :

$$a = \frac{eU}{md}$$

Et en intégrant sur le temps, il vient :

$$\boxed{v_x(t) = \frac{eU}{md}t} \quad (5)$$

On cherche alors à exprimer la vitesse au point M_1 . Pour cela, le plus simple est d'utiliser le théorème de l'énergie cinétique sur le chemin $O \rightarrow M_1$:

$$\Delta_{O \rightarrow M_1} \mathcal{E}_c = e\vec{E} \cdot \overrightarrow{OM_1}$$

Et comme \vec{E} et $\overrightarrow{OM_1}$ sont colinéaires (et $v(t_0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$), il vient :

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{eU}{d}d \implies v_1^2 = \frac{2eU}{m}$$

Et finalement, comme $v_1 > 0$:

$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m}}}$$

Q3. Le vecteur \vec{v}_1 est donc horizontal, dans le sens des x croissants, de norme :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 50 \times 10^3}{1,67 \times 10^{-27}}} = \underline{3,1 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Mouvement du proton dans la zone B de M_1 à N_1

Q4. Au point P_1 , le proton est soumis à un champ magnétique, exerçant sur lui la force \vec{F}_m . Son poids étant négligé, la deuxième loi de Newton appliquée au proton de masse m constante dans le référentiel terrestre supposé galiléen permet d'écrire :

$$m\vec{a} = evB\vec{n} \implies \boxed{\vec{a} = \frac{evB}{m}\vec{n}} \quad (6)$$

Et en exprimant le vecteur accélération dans la base de Frenet, il vient :

$$\frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{R}\vec{n} = \frac{evB}{m}\vec{n} \implies \begin{cases} a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \\ a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{evB}{m} \end{cases} \quad (7)$$

Le vecteur accélération est donc de même direction et sens que le vecteur \vec{n} (donc vers C_1).

Q5. En reprenant (7), on établit :

- Dans un premier temps, $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$ donc la vitesse a une dérivée temporelle nulle, ce qui signifie que le mouvement est uniforme ;
- Dans un second temps, on a :

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{evB}{m}$$

Et comme $v \neq 0$ et $R = R_1$ sur le cercle décrit par le proton, il vient :

$$\frac{v}{R_1} = \frac{eB}{m} \implies \boxed{v = \frac{eR_1B}{m}}$$

Q6. Avec les données du problème, on calcule :

$$v = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 1,9 \times 10^{-2} \times 1,7}{1,67 \times 10^{-27}} = \underline{\underline{3,1 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

Et on remarque alors que $v = v_1$, ce qui est tout à fait normal : le mouvement étant uniforme, il l'est tant quand que le proton se trouve dans la zone B , *i.e.* de M_1 à N_1 . Et comme il rentre en M_1 avec une vitesse v_1 , elle reste bien identique lors de cette phase du mouvement.

Retour du proton dans la zone A puis entrée dans la zone C

Q7. On souhaite déterminer graphiquement la valeur de l'accélération du proton entre N_1 et M_2 , puis entre M_2 et N_2 .

- Entre N_1 et M_2 , on a $a_A = \frac{dv_A}{dt}$. Il vient donc, par lecture graphique :

$$a_A = \frac{(4,2 - 3,1) \times 10^6}{(2,9 - 2,7) \times 10^{-8}} = \underline{\underline{5,5 \times 10^{14} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}}$$

Ce qui est une valeur cohérente avec celle trouvée dans la première partie.

- Entre M_2 et N_2 , on a :

$$a_C \stackrel{(\tau)}{=} a_{C,n} = \frac{v^2}{R_2}$$

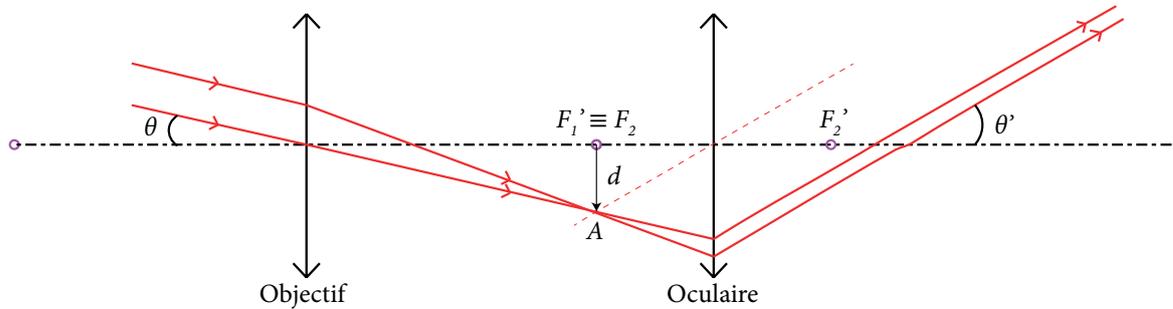
D'où, par lecture graphique,

$$a_C = \frac{4,4 \times 10^6}{3,9 \times 10^{-2}} = \underline{\underline{1,1 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}}$$

Exercice 3 — Une jeune astronome

Vérification des caractéristiques commerciales de la lunette

- Q1.** Un système afocal est un système optique qui a la particularité de conserver le parallélisme des rayons incidents (l'image d'un objet à l'infini est à l'infini).
- Q2.** On place l'objectif et l'oculaire ; et
- Q3.** on dessine le trajet des rayons arrivant de Jupiter :



- Q4.** On fait finalement apparaître sur le schéma précédent l'angle θ' en sortie de la lunette.
- Q5.** On cherche à exprimer le grossissement en fonction des focales des lentilles. On a, par définition, le grossissement :

$$G = \frac{\theta'}{\theta}$$

Et on a d'abord, dans le triangle rectangle entre l'objectif et son foyer image :

$$\theta \sim \tan \theta = \frac{d}{f_1'}$$

Avec d la distance AF_1' que l'on fait apparaître sur le schéma.

De la même manière, on a dans le triangle rectangle formé entre l'oculaire et son foyer objet :

$$\theta' \sim \tan \theta' = \frac{d}{f_2'}$$

Il vient alors, en injectant ces expressions dans celle du grossissement :

$$G = \frac{\frac{d}{f_2'}}{\frac{d}{f_1'}} = \frac{d}{f_2'} \times \frac{f_1'}{d}$$

Et finalement :

$$G = \frac{f_1'}{f_2'}$$

D'où, pour la lunette étudiée :

$$G_m = \frac{60,0 \times 10^{-2}}{20 \times 10^{-3}} = 30 \quad \text{et} \quad G_M = \frac{60,0 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-3}} = 150$$

Ces valeurs sont bien en accord avec les données du constructeur.

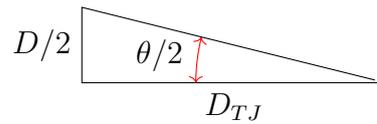
Visibilité de la grande tache rouge de Jupiter

- Q6.** Si Jupiter et de l'autre côté du Soleil par rapport à la Terre, il sera bien difficile de l'observer... La meilleure position est donc **Jupiter en opposition**.

Dans ce cas, le schéma en figure 2 laisse apparaître clairement la distance Terre-Jupiter :

$$D_{TJ} = D_{JS} - D_{TS} = 7,8 \times 10^8 - 1,5 \times 10^8 = \underline{6,3 \times 10^8 \text{ km}}$$

Q7. On cherche le diamètre apparent θ de la tache rouge de Jupiter.



Dans le triangle rectangle formé entre l'œil de l'observateur, le centre de la tache et son extrémité, il vient (pour $\theta \ll 1$) :

$$\frac{\theta}{2} \sim \tan \frac{\theta}{2} = \frac{D}{2D_{TJ}}$$

Et il vient donc :

$$\boxed{\theta = \frac{D}{D_{TJ}}} = \frac{1,5 \times 10^4}{6,3 \times 10^8} = \underline{2,4 \times 10^{-5} \text{ rad}}$$

Ce qui est bien trop petit pour que l'observateur humain puisse la distinguer à l'œil nu.

Q8. Au travers de la lunette au plus fort grossissement (150), on a :

$$\boxed{\theta' = 150\theta} = 150 \times 2,4 \times 10^{-5} = \underline{3,6 \times 10^{-3} \text{ rad}}$$

Ce qui est bien mieux pour l'observation !

Q9. Au plus faible grossissement (30), on a le diamètre apparent :

$$\boxed{\theta'_{30} = 30\theta} = 30 \times 2,4 \times 10^{-5} = \underline{7,2 \times 10^{-4} \text{ rad}} > \underline{2,9 \times 10^{-4} \text{ rad}}$$

L'élève pourra donc bien voir la grande tache rouge de Jupiter avec sa lunette au plus faible grossissement.

Q10. Parmi les phénomènes optiques pouvant dégrader l'observation de la grande tache rouge, on peut par exemple citer l'absorption de certaines longueurs d'onde par l'atmosphère de Jupiter puis de la Terre, mais aussi la pollution lumineuse sur Terre, ou encore le phénomène d'aberration chromatique lié aux optiques de la lunette.

* *
*